**תורת החישוביות – הרצאה 4**

**הגדרה:**

כלומר: קיימת מ״ט M שלכל עוצרת ב- או לא עוצרת ולכל עוצרת ב-

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**טענה:**

הוכחה:

* : טריוויאלי מהגדרות
* : תהי ונראה

כלומר קיימת שלכל עוצרת ב- ולכל עוצרת ב- או לא עוצרת

כלומר קיימת שלכל עוצרת ב- או לא עוצרת ולכל עוצרת ב-

נתאר M המכריעה את L על קלט x:

נריץ במקביל (למשל, על 2 סרטים) את על x ואת על x. כשאחת מהן עוצרת, קבל/דחה בהתאם.

מתקיים: M עוצרת לכל קלט, וכאשר עוצרת מקבלת/דוחה עפ״י L. כלומר .

מסקנה:

**דוגמאות לשפות ב-RE:**

כל שפה ב-R

שפת העצירה

השפה האוניברסלית

שפת האלכסון

**טענה:**

הוכחה:

HP – בתרגול

Lu – נתאר מ״ט על קלט :

מייצרת את סדרת הקונפ׳ כמו בבניה של מ״ט אוניברסלית. אם הגענו לקונפ׳ סופית קבל/דחה כמו M על x.

נכונות:

לפי הגדרת Lu נובע כיM עוצרת על x במצב .

לפי הבנייה נובע כי עוצרת על במצב .

לפי הגדרת Lu נובע כי M עוצרת על x במצב או M לא עוצרת.

בהתאמה לפי הבנייה נובע כי עוצרת על במצב או M לא עוצרת.

גורר גורר

– נחזור על הבניה של על קלט .

**רדוקציה**

* דוגמה 1: רצינו לבנות מכונה עבור השפה . לוקחים את הקלט ונותנים אותו למכונה שכבר בנינו כדי לקבל את הפתרון.
* דוגמה 2: רצינו לבנות אלג׳ עבור שידוך בגרף דו-צדדי.לוקחים את הקלט ומתרגמים אותו לקלט לאלג׳ בעיית הזרימה (להוסיף צומת מקור s שמחובר לכל הצמתים בצד שמאל וצומת יעד t שמחובר לכל הצמתים בצד ימין) כדי לקבל את הפתרון.

**הגדרה:**

תהיינה 2 שפות.

פונק׳ היא רדוקציה מ- ל- אם:

* f מלאה
* f ניתנת לחישוב
* תקפות: לכל אם

אם קיימת f כזו אומרים ש- ניתנת לרדוקציה ל- ומסמנים .

**דוגמה 1**

הוכחה:

נראה פונק׳ f כנדרש בהגדרה.

f היא מלאה (כי כל מילה בינארית היא או קידוד של מ״ט או של ).

f ניתנת לחישוב.

תקפות:

**דוגמה 2**

הוכחה:

 עובדת בדיוק כמו M רק אם M נכנסת ל- אז תכנס ללולאה אינסופית.

תקפות:

f לא מלאה, צריך לתקן את זה.

f ניתנת לחישוב מייצרת את מתוך

**תכונות של רדוקציות**

* טרנזיטיביות: אם וגם גורר

הוכחה:

גורר קיימת פונק׳ f כמובטח בהגדרה

גורר קיימת פונק׳ g כמובטח בהגדרה

נבנה רדוקציה מ- ל-:

מלאה, ניתנת לחישוב, ותקפה:



מסקנות:

**משפט הרדוקציה (נוסח א׳)**

תהיינה שפות. אם אז:

הוכחה:

תהי f הפונק׳ המובטחת מ- ל-, ותהי מ״ט המחשבת אותה.

1. ולכן קיימת המכריעה אותה ונראה ע״י מתאימה

על קלט x:

חשב את באמצעות

הרץ את על וקבל/דחה כמוה.

מתקיים: עוצרת לכל קלט כי עוצרת לכל קלט וכי מחשבת פונק׳ מלאה.

נכונות:

1. ולכן קיימת כך ש-

אותה בניה והוכחה דומה למעט שעבור אז לא בהכרח עוצרת.

1. ולכן ולכן (לפי תכונות של רדוקציות)

באמצעות סעיף 2

**משפט הרדוקציה (נוסח ב׳)**

תהיינה שפות. אם אז:

**משפט**

מסקנות:

* (סגור למשלים)
* ( + משפט הרדוקציה)
* (סגור למשלים)
* - נניח בשלילה כי . ידוע . לכן בסתירה.

הוכחה ראשונה:

נניח בשלילה ותהי מ״ט עבורה

נתבונן בטענה .

בסתירה להנחה.

הוכחה שנייה:

בונים טבלה שהעמודות הן אפסילון 0 1 00 01 ... x ...

השורות הן אפסילון 0 1 00 01 ... ...הן שפות RE

ערכי הטבלה יהיו

האלכסון של הטבלה הוא !

היא שורה שאיננה בטבלה ולכן היא לא ב-RE !